

8. gyakorlat Hash, vegyes adatszerkezetes példák

1. Nyitott címzéssel hashelünk egy 11 elemű táblába a $h(k) = k \pmod{11}$ hash-függvény segítségével. A következő kulcsok érkeztek (a megadott sorrendben): 6, 5, 7, 17, 16, 3, 2, 14.

Mi történik, ha

- (a) vödrös hasheléssel
- (b) lineáris próbával
- (c) kvadratikus maradék próbával oldjuk fel az ütközéseket?

2. Kettős hashelést használva szűrje be egy kezdetben üres, $M = 11$ méretű táblába a következő kulcsokat (ebben a sorrendben): 26, 3, 48, 14, 15, 7. A használt hash függvény legyen $h(k) = (k \pmod{M})$, a próbasorozat hash függvénye pedig $h'(k) = 1 + (k \pmod{M-5})$. Minden beszúrás után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát!

-
3. Adott az $f(k) = (3k \pmod{M})$ hash függvény, ahol $M = 11$. Ezt a hash függvényt valamint kvadratikus maradékpróbát használva szűrje be egy kezdetben üres, M méretű hash táblába a 6, 13, 24, 3, 14, 2, 17, 10 kulcsokat, ezután törölje a 13, 24 kulcsokat, végül szűrje be a 25 kulcsot! Minden művelet után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát! Hány ütközés történt összesen?

4. Kettős hashelést használva szűrje be egy kezdetben üres, $M = 11$ méretű táblába a következő kulcsokat (ebben a sorrendben): 13, 2, 8, 30, 19, 29. A használt hash függvény legyen $h(k) = (2k \pmod{M})$, a próbasorozat hash függvénye pedig $h'(k) = 1 + (k \pmod{M-3})$. Minden beszúrás után rajzolja le a tábla pillanatnyi állapotát!

5. A $T[0 : M]$ táblában $2n$ elemet helyeztünk el az első $3n$ helyen ($3n < M$) egy ismeretlen hash-függvény segítségével. (Csak beszúrás volt, törlés nem fordult elő.) A táblában minden $3i$ indexű hely üresen maradt ($0 \leq i < n$). Legfeljebb hány ütközés lehetett, ha az ütközések feloldására a) lineáris próbálást b) kvadratikus maradék próbálást használtunk?

6. Egy m méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon $O(m)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet.

7. Tervezzon adatstruktúrát a következő feltételekkel. Természetes számokat kell tárolni, egy szám többször is szerepelhet. A szükséges műveletek:

BESZÚR(i): i egy újabb példányát tároljuk

TÖRÖL(i): i egy példányát töröljük

MINDTÖRÖL(i): i összes példányát töröljük

DARAB(i): visszaadja, hogy hány példány van i -ből

ELEM(K): megmondja, a nagyság szerinti rendezésben a K -adik elem értékét.

Az adatstruktúra legyen olyan, hogy ha m -féle elemet tárolunk, akkor mindegyik művelet lépésszáma $O(\log m)$.

(Például ha a tárolt elemek 1,1,3,3,3,8, akkor DARAB(1)=2, ELEM(4)=3 és $m = 3$.)

8. Egy orvosi rendelőben a regisztrációnál kell bejelentkezni, ahol az ott dolgozók eldöntik, hogy a beteg az épp rendelő két orvos közül A-hoz vagy B-hez kell kerüljön, vagy bármelyikükhöz kerülhet. Ezen kívül, a beutaló ismeretében, a beteghez egy, a sürgősséget kifejező, számot is rendelnek. Amikor valamelyik orvos végzett egy beteggel, akkor azon betegek közül, akiket nem csak a másik orvos láthat el, behívja a legnagyobb sürgősségi számút. Tegyük fel, hogy a kiosztott sürgősségi számok egymástól különbözőek. Írjon le egy olyan adatszerkezetet, ami abban az esetben, ha n beteg várakozik, akkor a regisztráción az új beteg beillesztését, illetve az orvosoknak a következő beteg kiválasztását $O(\log n)$ lépésben lehetővé teszi.

9. A $b_0 \dots b_n$ alakú $n + 1$ hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a b_0 paritásbit, ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki. Ha nyitott címzésű hash-elést használunk $h(x) \equiv x \pmod{M}$ hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor $M = 2^n$ vagy $M = 2^n + 1$ méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?
10. Írjon le egy olyan adatszerkezetet, amivel egész számok véges sok részhalmozát tárolhatjuk, ha minden tárolandó T_i halmaznak véges sok eleme van.
Három műveletet definiálunk, a BESZÚR lépésszáma legyen $O(|T_i|)$, a másik két műveleté pedig $O(|T_i| + |T_j|)$.
BESZÚR(i, x): a T_i halmazhoz hozzáveszi az x egész számot
METSZETMÉRET(i, j): megadja a két halmaz metszetének $|T_i \cap T_j|$ elemszámát
UNIÓMÉRET(i, j): megadja a két halmaz uniójának $|T_i \cup T_j|$ elemszámát.