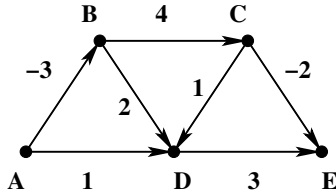


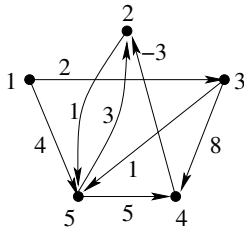
## 4. gyakorlat Bellman-Ford, Floyd, Dijkstra

1. Határozza meg az A csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát az alábbi gráfban a Bellman-Ford algoritmussal:



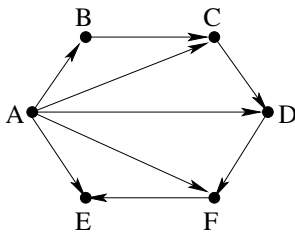
2. Most ugyanebben a gráfban határozza meg a Floyd-algoritmussal az összes pontpárra a köztük levő legrövidebb utak hosszát.
3. Adjon példát olyan gráfra, ahol a Dijkstra-algoritmus nem működik jól.

4. Az alábbi gráfon a Floyd-algoritmust futtatjuk. Az algoritmus során (a 4. javítási menet végén) az  $F_4$  táblázat tartalmazza az ismert úthosszakat. Hogyan változik a táblázat amikor minden csúcspárra újra elvégezzük a frissítést? (Vizsga 2009. 06. 04.)



$$F_4 = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 2 & 10 & 3 \\ \infty & 0 & \infty & \infty & 1 \\ \infty & 5 & 0 & 8 & 1 \\ \infty & -3 & \infty & 0 & -2 \\ \infty & 2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Az alábbi gráfon a Bellman-Ford-algoritmust futtattuk az A pontból kezdve. A keletkezett táblázat megadott első két sorából határozza meg az egyes élek súlyát, és adja meg a táblázat további sorait!



	A	B	C	D	E	F
1.	0	5	10	12	15	11
2.	0	5	6	11	13	9
3.						
...						

6. Egy irányított  $n$  csúcsú gráf mátrixával adott. Azt szeretnénk eldönteni, hogy mely pontpárok között vezet irányított út. Adjon erre a feladatra egy  $O(n^3)$  lépésszámú algoritmust.
7. A mátrixával adott  $G$  irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust az  $s \in V(G)$  pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.
8. Nyári utazásunkra valutát akarunk váltani. A pénzváltó  $n$  különböző valutával foglalkozik, a  $j$ . fajta 1 egységért  $r_{ij}$ -t kell fizetni az  $i$ . pénznemben. (Pl. ha a  $j$ . a dollár, az  $i$ . a forint, akkor most  $r_{ij} = 222$  lehet.) Az  $r_{ij}$  tömb felhasználásával adjon  $O(n^3)$  lépéses algoritmust, amely minden valutapárra meghatározza, hogy mi az elérhető legjobb átváltási arány, ha feltesszük, hogy az átváltásokért nem számolnak fel külön költséget. (Az  $i$ -ről a  $j$ -re való átváltás történhet több lépcsőben is, érdemes lehet előbb  $i$ -ről  $k_1$ -re konvertálni, onnan  $k_2$ -re, stb és végül  $j$ -re.)
9. Egy város úthálózatát egy adjacencia mátrixával adott  $n$  csúcsú irányított gráf írja le. A gráf egyik csúcsában levő állatkertből öt elefánt szökött meg, ezeket szerencsére elfogták, a város öt különböző pontján tartják őket ketrecben. Szeretnénk egy elefánt-szállító autóval mindet begyűjteni, de az elefántok és az autó is nehéz, nem minden úton tudunk vele haladni. Minden élre ismert, hogy ott hány elefánttal tudunk közlekedni és ismert az élhez tartozó út hossza is. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy be tudjuk-e egy körben gyűjteni az összes elefántot (az állatkertből indulva és öt elefánttal oda visszaérkezve) és ha ez lehetséges, akkor javasol is egy lehetséges legrövidebb útvonalat. (Ha egy elefántot felvettünk, akkor azt csak az állatkertben engedjük ki.)