

1. gyakorlat

Tagadás, rekurzió, általános feladatok

1. Jelöljük $T(n)$ -nel egy algoritmus legnagyobb lehetséges lépésszámát az n méretű inputokon. Tudjuk, hogy $T(1) = 2$ és $T(n) = T(n-1) + 3$, amennyiben $n \geq 2$. Adjuk meg $T(n)$ -t zárt alakban!

2. Mi lehet $T(n)$, ha $T(1) = 2$ és $T(n) = 3 \cdot T(n-1) + 1$, ha $n \geq 2$?
3. Mi a tagadása az alábbi állításoknak? Igazak ezek az állítások?
 - (a) Minden kedden van algel gyakorlat.
 - (b) Minden olyan hallgató, aki jár algel gyakorlatra, átmegy a vizsgán.
 - (c) Minden olyan 17 lábú zsiráf, aki jár algel gyakorlatra, az átmegy a vizsgán.
4. Tegyük fel, hogy van egy számítógépes programunk, ami egy k méretű feladaton a jelenlegi gépünkön 1 nap alatt fut le. Beszereztünk egy százszor gyorsabb számítógépet. Ugyanazon programmal mekkora feladatot lehet az új gépen egy nap alatt megoldani, ha a program lépésszáma n méretű feladat esetén
 - (a) n -nel, (b) n^3 -bel, (c) 2^n -nel arányos?
5. Hány összehasonlítással lehet megtalálni n elem közül a legkisebbet?
6. Egy f fokú létrán bizonyos fokok annyira rozogák, hogy ha rálépünk, leszakadnak. Szerencsére tudjuk hogy melyik fokok ilyenek, hova nem szabad lépni. Egy lépéssel legfeljebb 3 fokot tudunk lépni. Adjon algoritmust ami meghatározza, hogy a létra aljától fel tudunk-e jutni a létra legfelső fokára! (Feltehető, hogy a legfelső fokra rá szabad lépni.) Az algoritmus lépésszáma legyen $c \cdot f$, ahol c valami fix konstans. Hogyan kell módosítani az algoritmust, hogy azt is kiszámolja, hogy hányféleképpen lehet feljutni a legfelső fokra?

7. **HF** Jelölje egy algoritmus maximális lépésszámát az n hosszú bemeneteken $L(n)$. Azt tudjuk, hogy minden $n > 3$ egész számra $L(n) \leq L(n-1) + \frac{n}{2}$ teljesül, és hogy $L(3) = 3$. Milyen felső becslést adhatunk ez alapján $L(n)$ -re?
A holnapi előadás után erre is tudni kell válaszolni: Következik-e ebből, hogy az algoritmus lépésszáma $O(n^2)$?
8. Adott n chip, melyek képesek egymás tesztelésére a következő módon: ha összekapcsolunk két chipet, mindkét chip nyilatkozik a másíkról, hogy hibásnak találta-e. Egy hibátlan chip korrektül felismeri, hogy a másik hibás -e, míg egy hibás chip akármilyen választ adhat. Tegyük fel, hogy a chipek több, mint a fele korrekt. Adjunk algoritmust, mely n -nél kevesebb fenti tesztet használva kikeres egy jó chipet.
9. Mi az alábbi állításoknak a tagadása? (Két állítás akkor tagadása egymásnak, ha a két állítás közül minden esetben pontosan az egyik igaz.) Próbáljuk úgy megfogalmazni a tagadásokat, hogy ne szerepeljen bennük tagadószó.
 - (a) Az évfolyamon minden hallgató fiú.
 - (b) A teremben van olyan fiú, aki magasabb, mint 170cm.
 - (c) Van olyan hallgató, aki sokat tanul, de nem megy át a vizsgán.
 - (d) Mindenki, aki átmegy a vizsgán, sokat tanult.
10. Egy $2 \times n$ -es sakktábla mezőin n piros és $n-1$ kék négyzetet helyezünk el. Ezeket olyan módon akarjuk átrendezni, hogy a felső sorban piros, az alsóban kék négyzetek legyenek, s a bal alsó sarok maradjon üres. Ehhez egy-egy lépés során az üres mezőre tolhatjuk valamelyik szomszédját. Bizonyítsuk be, hogy
 - (a) van olyan algoritmus, ami ezt megoldja $c \cdot n^2$ lépéssel, ahol c vmi fix konstans (azaz azt kell belátni, hogy $O(n^2)$ lépés elégséges ehhez);
 - (b) létezik olyan d konstans, hogy minden algoritmus, ami ezt megoldja, szerencsétlen inputon használ legalább $d \cdot n^2$ lépést (azaz itt azt kell belátni, hogy a feladat megoldásához $\Omega(n^2)$ lépés szükséges).
11. Tudjuk, hogy minden hömpörő surjancs. Mondjuk meg minden alábbi állításra, hogy biztosan igaz, lehetséges, vagy biztosan hamis!
 - (a) Tudjuk valamiről, hogy nem hömpörő. Azt állítom, hogy ez surjancs.
 - (b) Tudjuk valamiről, hogy hömpörő. Azt állítom, hogy ez hogy ez nem surjancs.
 - (c) Tudjuk valamiről, hogy nem surjancs. Azt állítom, hogy ez hömpörő.
 - (d) Tudjuk valamiről, hogy nem surjancs. Azt állítom, hogy ez nem hömpörő.
 - (e) Tudjuk valamiről, hogy surjancs. Azt állítom, hogy ez nem hömpörő.
 (Ha nehéz a feladat, akkor legyen a hömpörő=kertitörpe és surjancs=szobor)