

1. Nyitott címzéssel hasheltünk egy 11 elemű táblába a $h(k) = k \pmod{11}$ hash-függvény és kvadratikus maradék próba segítségével. A következő kulcsok érkeztek (a megadott sorrendben): 6, 5, 7, 17, 16, 3, 2, 14. Add meg a tábla végső állapotát! Mit kaptunk volna, ha lineáris próbát használtunk volna?
2. A $T[0 : M]$ táblában $2n$ elemet helyeztünk el az első $3n$ helyen ($3n < M$) egy ismeretlen hash-függvény segítségével. A táblában minden $3i$ indexű hely üresen maradt ($0 \leq i < n$). Legfeljebb hány ütközés lehetett, ha az ütközések feloldására
 - a) lineáris próbálást
 - b) kvadratikus maradék próbálást használtunk?
3. A $b_0 \dots b_n$ alakú $n + 1$ hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a b_0 paritásbit, ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki. Ha nyitott címzésű hash-elést használunk $h(x) \equiv x \pmod{M}$ hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor $M = 2^n$ vagy $M = 2^n + 1$ méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?
4. A kezdetben üres M méretű hash-táblába sorban beraktuk a k_1, k_2, \dots, k_n kulcsokat a $h(x) \equiv x \pmod{M}$ hash-függvénnyel, lineáris próbával. Jelölje t_1 a keletkezett táblában az egymás melletti foglalt mezők maximális számát. (Ciklikusan értve, azaz t_1 a következő beszúrás kori leghosszabb próbasorozat hossza.) Amikor ugyanezt a k_1, k_2, \dots, k_n sorozatot ugyanabban a sorrendben egy üres $2M$ méretű táblába rakjuk be a $h(x) \equiv x \pmod{2M}$ hash-függvénnyel, lineáris próbával, akkor a kapott táblában legyen t_2 az egymás melletti foglalt mezők maximális száma.
 - (a) Igazolja, hogy $t_2 \leq t_1$
 - (b) Igaz-e, hogy $t_1 \leq 2t_2$?

Gyakorló

5. A hash-függvény legyen $f(K) = K$, a táblaméret $M = 7$, és $1 \leq K \leq 20$. Helyezzük el a táblában a 3, 4, 7, 11, 14, 17, 20 kulcsokat ebben a sorrendben
 - (a) lineáris
 - (b) kvadratikus maradék próbálást használva az ütközések feloldására.
6. Egy m méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon $O(m)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet.
7. A $T[0 : M - 1]$ táblában rekordokat tárolunk nyitott címzésű hashelt szervezéssel. Az ütközések feloldására lineáris próbálást alkalmazunk. Tehát ha a $h(K)$ sorszámú cella foglalt, akkor a K kulcsú rekordot a $h(K) - 1, h(K) - 2, \dots$ sorszámú cellák közül az első üresbe tesszük. Tegyük fel, hogy a tábla használata során egy hibás törlés történt: egy cellából kitöröltünk egy rekordot a törlés-bit beállítása nélkül. (Vagyis a cellán nem l'tszik, hogy töröltünk belőle.)
 - (a) Igaz-e, hogy a hibás törlés helye mindig megtalálható?
 - (b) Adjunk hatékony (lineáris időigényű) algoritmust a tábla megjavítására. (Módosítsuk úgy a táblát, hogy megszűnjenek a hibás törlés negatív következményei.)