

Algoritmusok elmélete

6. gyakorlat

2008. március 21.

- (a) Építsen beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7,3,2,9,8,12,6,4.
(b) Milyen sorrendben írja ki a preorder, inorder és posztorder bejárás a csúcsokat?
(c) Szúrja be az (a) résznél adott fába az 5-t, aztán törölje ki a 2,6 és 7 elemeket.
- Építsen piros-fekete fát az alábbi sorrendben érkező számokból: 1,2,3,4,5,6.
- Egy bináris keresőfa "valamely bejárásán" mindig a $\{pre, in, post\}$ -order valamelyikét értjük.
(a) Mely bejárásoknál lehetséges az, hogy a tárolt elemek legnagyobbika megelőzi a legkisebbet?
(b) Tegyük fel, hogy egy bináris keresőfában az $1, 2, \dots, n$ számok vannak tárolva, továbbá hogy a fa valamely bejárásánál a számok az $n, n-1, \dots, 1$ sorrendben következnek. Határozzuk meg, melyik lehetett ez a bejárás és milyen lehetett ez a bináris keresőfa!
- Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES(x) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? Ha nem lehetséges, indokolja meg miért nem, ha pedig lehetséges, határozza meg az összes olyan x egész számot, amire ez megtörténhet.
- Egy piros-fekete fában lehetséges-e, hogy a piros-fekete tulajdonság megsértése nélkül
(a) néhány piros csúcsot átváltoztathatunk feketére?
(b) valamelyik, de csak egy piros csúcsot átváltoztathatunk feketére?
(Mást nem változtatunk a fán.)
- Adott n pont a síkon, melyek páronként mindkét koordinátájukban különböznek. Bizonyítsuk be, hogy egy és csak egy bináris fa létezik, melynek pontjai az adott n pont, és az első koordináta szerint a keresőfa tulajdonsággal, a második szerint pedig a kupac tulajdonsággal rendelkezik. (Vigyázat: a kupac tulajdonságba nem értendő bele, hogy a fa teljes bináris fa legyen, mint amelyet a tanult "kupacépítő" algoritmus létrehoz.)
- Milyen lehet egy olyan piros-fekete fa alakja, amelyben az egy szinten levő elemek azonos színűek?
- Egy bináris fa inorder bejárása:

$j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$

preorder bejárása:

$a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h.$

Rekonstruáld a fát!

Gyakorló

- (a) Építsen beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7,10,8,5,3,2,1.
(b) Milyen sorrendben írja ki a preorder, inorder és posztorder bejárás a csúcsokat?
(c) Törölje ki a 1,5 és 7 elemeket az (a) részben kapott fából.
- Építsen piros-fekete fát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7,8,2,10,5,6.

11. Egy gyökeres színtezett fán A és B a következő játékot játssza: felváltva mozgatnak egy bábut ami kezdetben az első szinten, a gyökérben van. Minden lépésben a soron következő játékos az aktuális v csúcsból v valamelyik fiába mozgatja a bábut. A játéknak akkor van vége, ha a bábu a fa egyik levelébe kerül. A levelek egy része zöldre van festve. A kezdő A játékos akkor nyer, ha a játék egy zöld levélben ér véget.

Adott a fa éllistája, és egy tömb, ami a fa minden pontjára megmondja, hogy az zöld-e. Mutasson egy $O(n)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy az A játékos hogyan játszon, hogy biztosan nyerjen (feltéve, hogy van ilyen nyerő stratégiája).