… gyakorlat

2008. február 22.

1. Az $1, 2, \ldots, n$ számoknak adott két permutációja, $x_1, \ldots, x_n$ és $y_1, \ldots, y_n$. A két sorozat egy közös részsorozata egy $1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n$, és egy $1 \le j_1 < \ldots < j_k \le n$ indexsorozattal adható meg, ahol $x_{i_m} = y_{j_m}$ teljesül minden $1 \le m \le k$ esetén. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami az x és y sorozatokban meghatároz egy leghosszabb közös részsorozatot.

2. Legyenek $a_1, a_2, \ldots, a_n$ tetszőleges egész számok és $m < n^2$ egész. Adjon algoritmust, amely a bináris alakjukkal megadott $a_1, a_2, \ldots, a_n$ és m számokról eldönti polinom időben, hogy az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok közül kiválasztható-e néhány úgy, hogy az összegük m-mel osztva egyet adjon maradékul.

3. Adjon algoritmust, ami egy n csúcsú fában lineáris időben meghatározza a fában levő leghosszabb út hosszát.

4. Legyen $w = w_1 w_2 \cdots w_n$ egy n betűből álló szó. Hívjuk részszónak w egy tetszőleges $w_i w_{i+1} \cdots w_{i+k}$ darabját ($1 \le i \le n-1$, $1 \le k \le n-i$). Adjon algoritmust, ami $O(n)$ lépésben meghatározza az összes a-val kezdődő és b-re végződő részszó számát.

5. Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1 a_2 \cdots a_n$ és a másik $b_1 b_2 \cdots b_m$, akkor olyan $1 \le i \le n$ és $1 \le j \le m$ indexeket keresünk, hogy

$$a_{i+1} = b_{j+1}, a_{i+2} = b_{j+2}, \ldots, a_{i+t} = b_{j+t}$$

   teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(mn)$ lépést használó algoritmust.

6. Adott egy fa, melynek csúcsaihoz súlyok vannak rendelve. Adjon lineáris algoritmust, ami meghatározza a fában található maximális súlyú független ponthalmaz súlyát.

7. Legyenek $a_1, a_2, \ldots, a_n$ tetszőleges egész számok és legyen b is egész szám. Adjon algoritmust, amely a bináris alakjukkal megadott $a_1, a_2, \ldots, a_n$ és b számokhoz $O(nb)$ időben megadja, hogy a b szám hányféleképpen áll elő az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok közül néhány összegeként.

Gyakorló

8. Állapítsa meg, hogy az alábbi függvények esetén mely párokra teljesül, hogy $f_i(n) = O(f_j(n))$. Válaszát indokolja is!

$$f_1(n) = 11n^2, \quad f_2(n) = 8n^2 \log n, \quad f_3(n) = n^2 + 100000.$$

9. Az alábbi függvényeket rendezze olyan sorozatba, hogy ha f_i után közvetlenül f_j következik a sorban, akkor $f_i(n) = O(f_j(n))$ teljesüljön!

$$f_1(n) = \frac{1}{100} n^2 \log n, \qquad f_2(n) = 10^{10} (\log n)^3 - 100 \log n \qquad f_3(n) = 8^{\log n}.$$