

1. Az $1, 2, \dots, n$ számoknak adott két permutációja, x_1, \dots, x_n és y_1, \dots, y_n . A két sorozat egy közös részsorozata egy $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$, és egy $1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n$ indexsorozattal adható meg, ahol $x_{i_m} = y_{j_m}$ teljesül minden $1 \leq m \leq k$ esetén. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami az x és y sorozatokban meghatároz egy leghosszabb közös részsorozatot.
2. Legyenek a_1, a_2, \dots, a_n tetszőleges egész számok és $m < n^2$ egész. Adjon algoritmust, amely a bináris alakjukkal megadott a_1, a_2, \dots, a_n és m számokról eldönti polinom időben, hogy az a_1, a_2, \dots, a_n számok közül kiválasztható-e néhány úgy, hogy az összegük m -mel osztva egyet adjon maradékul.
3. Legyen $w = w_1 w_2 \dots w_n$ egy n betűből álló szó. Hívjuk részsónak w egy tetszőleges $w_i w_{i+1} \dots w_{i+k}$ darabját ($1 \leq i \leq n-1$, $1 \leq k \leq n-i$). Adjon algoritmust, ami $O(n)$ lépésben meghatározza az összes a -val kezdődő és b -re végződő részsó számát.
4. Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1 a_2 \dots a_n$ és a másik $b_1 b_2 \dots b_m$, akkor olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexeket keresünk, hogy

$$a_{i+1} = b_{j+1}, a_{i+2} = b_{j+2}, \dots, a_{i+t} = b_{j+t}$$

teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(mn)$ lépést használó algoritmust.

5. Legyenek a_1, a_2, \dots, a_n tetszőleges egész számok és legyen b is egész szám. Adjon algoritmust, amely a bináris alakjukkal megadott a_1, a_2, \dots, a_n és b számokhoz $O(nb)$ időben megadja, hogy a b szám hányféleképpen áll elő az a_1, a_2, \dots, a_n számok közül néhány összegeként.

Gyakorló

6. Állapítsa meg, hogy az alábbi függvények esetén mely párokra teljesül, hogy $f_i(n) = O(f_j(n))$. Válaszát indokolja is!

$$f_1(n) = 11n^2, \quad f_2(n) = 8n^2 \log n, \quad f_3(n) = n^2 + 100000.$$

7. Az alábbi függvényeket rendezze olyan sorozatba, hogy ha f_i után közvetlenül f_j következik a sorban, akkor $f_i(n) = O(f_j(n))$ teljesüljön!

$$f_1(n) = \frac{1}{100} n^2 \log n, \quad f_2(n) = 10^{10} (\log n)^3 - 100 \log n \quad f_3(n) = 8^{\log n}.$$